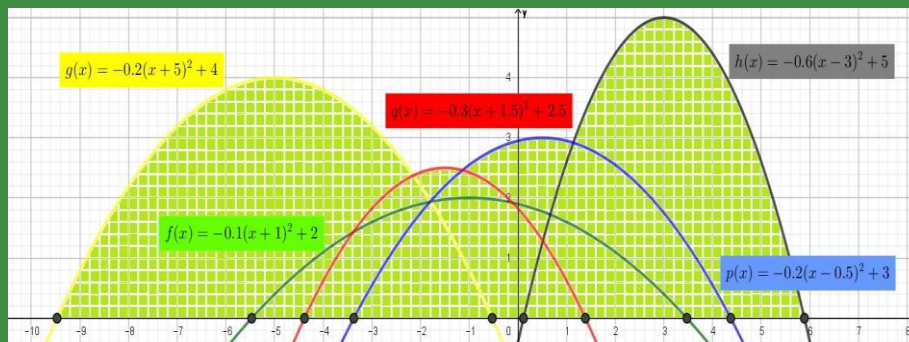


Matematički vodič po KRA π NI



Mentorice:

Renata Spiegl, prof. matematike

Ivana Polanović, mag.educ. matematike

Učenci:

Helena Polanščak, 2. razred jezične gimnazije

Karlo Ravenski, 2. razred opće gimnazije

Jelena Sajko, 4. razred opće gimnazije

Luka Škrlec, 2. razred opće gimnazije

Ana Tušek, 3. razred opće gimnazije

Sadržaj:

1. Uvod.....	3
2. Provedba projekta	3
2.1. Formiranje zadatka	3
2.2. Kreiranje zbirke	4
3. Predstavljanje zbirke.....	9
4. Zaključak	9
5. Literatura.....	10

Na naslovnici Slika 1.: Naslovna strana zbirke „Matematički vodič po Kraπni“.

1. UVOD

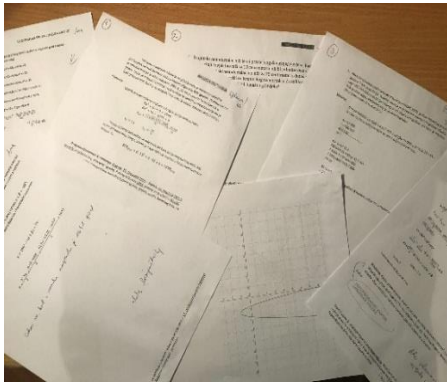
Projekt *Matematički vodič po Krapini* započeo je 20. listopada 2017. kad se nekoliko učenika drugih, trećih i četvrtih razreda opće i jezične gimnazije sastalo s profesoricama matematike Renatom Spiegl i Ivanom Polanović kako bi se dogovorili o temi ovogodišnjeg rada za Festival matematike. Došli smo na ideju da napravimo zbirku zadataka o znamenitostima Krapine čija rješenja otkrivaju podatke vezane uz povijest i sadašnjost našeg grada. Želja nam je bila da zbirka posluži kao matematički vodič kroz grad.

Cilj projekta bio je razvijanje sposobnosti matematičkog modeliranja, osmišljavanje zadataka iz različitih područja matematike te popularizacija matematike kroz znamenitosti i lokalnu povijest grada.

2. PROVEDBA PROJEKTA

2.1 Formiranje zadataka

Rad na projektu započeli smo čitanjem i proučavanjem literature o znamenitostima Krapine. Odlučili smo osmisliti zadatke vezane uz sljedeće teme našeg grada: nalazište pračovjeka, Muzej krapinskih neandertalaca, Stari grad, legenda o Krapini, geografski položaj grada, život Krapinčana Ljudevita Gaja, crkva Sv. Katarine i franjevački samostan, crkva Majke Božje Jeruzalemske na Trškom Vrh, najviši vrh Strahinjčice, rijeka Krapinčica te Festival kajkavskih popevki. Naišli smo na poteškoće s nepodudarajućim podacima o istoj temi na različitim web izvorima, pa smo podatke uzimali sa službenih stranica kako bi bili što točniji. Svaki učenik odabrao je temu te zapisao podatke koji se trebaju dobiti kao rješenja osmišljenih zadataka.



Slika 2. Zadaci učenika

Na sastanku 24.11. pročitali smo i predstavili svoje zadatke te jedni drugima savjetovali neke promjene ili poboljšanja (Slika 2.). Neki zadaci bili su dobri i točni, a neke je trebalo još poboljšati. Bilo je više zadataka na istu temu ili više zadataka u kojima se koriste isti matematički koncepti pa smo uz pomoć mentorica izabrali najbolje. Dobili smo još neke ideje tako da je broj zadataka rastao.



Slika 3. Izrada ilustracija

Učenike Laru Cizel i Luku Škrlec zadužili smo za oslikavanje vodiča (Slika 3.).

2.2 Kreiranje zbirke

Na sastanak 15.12.2017. donijeli smo gotove verzije zadataka i napravili pregled matematičkih područja koja obuhvaćaju zadaci. To su:

- **1. razred:** sustavi linearnih jednadžbi, graf funkcije apsolutne vrijednosti, opseg i površina trokuta
- **2. razred:** kvadratna jednadžba, Vieteove formule, trigonometrija pravokutnog trokuta, rotacijska tijela, opseg i površina romba
- **3. razred:** trigonometrijske i logaritamske jednadžbe, trigonometrija kosokutnog trokuta
- **4. razred:** potenciranje kompleksnog broja, brojevni sustavi, aritmetički niz

Primjer jednog zadatka iz zbirke (str. 21., 22.).

ZADATAK

Riješi sljedeću jednadžbu i otkrit ćeš koliko je godina živio Ljudevit Gaj.

$$\log \operatorname{tg} 1^{\circ} + \log \operatorname{tg} 2^{\circ} + \log \operatorname{tg} 3^{\circ} + \dots + \log \operatorname{tg} 89^{\circ} = \cos \frac{10}{7} x$$

(3.R)

(autor zadatka: Ana Tušek, 3.a razred)

Rješenje:

$$\begin{aligned} \log \operatorname{tg} 1^{\circ} + \log \operatorname{tg} 89^{\circ} &= \log(\operatorname{tg} 1^{\circ} \cdot \operatorname{tg} 89^{\circ}) = \log\left(\frac{\sin 1^{\circ}}{\cos 1^{\circ}} \cdot \frac{\sin 89^{\circ}}{\cos 89^{\circ}}\right) \\ &= \log \frac{0.5(\cos 88^{\circ} - \cos 90^{\circ})}{0.5(\cos 90^{\circ} - \cos 88^{\circ})} = \log \frac{\cos 88^{\circ}}{\cos 88^{\circ}} = \log 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \operatorname{tg} 2^{\circ} + \log \operatorname{tg} 88^{\circ} &= \log(\operatorname{tg} 2^{\circ} \cdot \operatorname{tg} 88^{\circ}) = \log\left(\frac{\sin 2^{\circ}}{\cos 2^{\circ}} \cdot \frac{\sin 88^{\circ}}{\cos 88^{\circ}}\right) \\ &= \log \frac{0.5(\cos 86^{\circ} - \cos 90^{\circ})}{0.5(\cos 90^{\circ} - \cos 86^{\circ})} = \log \frac{\cos 86^{\circ}}{\cos 86^{\circ}} = \log 1 = 0 \end{aligned}$$

...

Ostaje: $\log \operatorname{tg} 45^{\circ} = \log 1 = 0$

$$\begin{aligned} \cos \frac{10}{7} x &= 0 \\ \frac{10}{7} x &= 90^{\circ} + k \cdot 180^{\circ} \quad /: \frac{10}{7} \\ x &= 63^{\circ} + k \cdot 180^{\circ}, \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Za $k = 0$ dobivamo odgovor:

Ljudevit Gaj umro je sa navršenih 63 godine.

Srednja škola Krapina
Projekt „Matematički vodič po Krapini“

Zatim smo dogovorili redoslijed zadataka, nazive pojedinih poglavlja, format i raspored ilustracija. Uvodni zadatak, matematičku križaljku, kreirali smo u online programu *Crossword Puzzle Maker*. Za njezino rješavanje nije potreban visok stupanj matematičkog znanja pa čitatelj lako može doći do njenog rješenja koje glasi: „DOBRO DOŠLI U KRAPINU“ (Slika 4.).



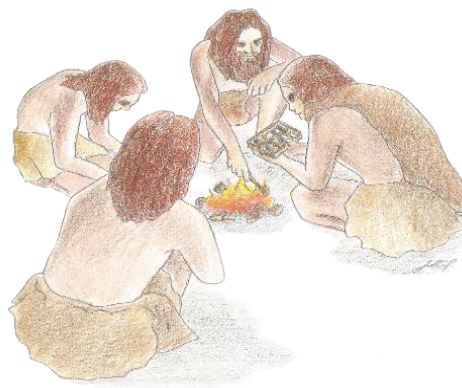
7. $\log 100$
 8. $8 \div 2^3 + 7$
 9. 10^{12}
 10. $5 - 6 \div 3$
 11. $2 + 2^8$
 12. $-1 + 20 \div 5 \cdot 2$

7. $100 - 100 \div 10 - 10$
 8. $10^2 \div 20 + 1$
 9. rimski 50
 10. ≈ 3.14
 11. $\log 1$
 12. 10^{12}

13. $3^2 - 2^8 + 2$
 14. $2 \cdot (3^2 + 1)$
 15. $1 - 2 \cdot 4 + 12$
 16. $4 - 3 - 2 \cdot 1 - 0$
 17. $0 \div 1 + 1$
 18. 10^8

Slika 4. Križaljka

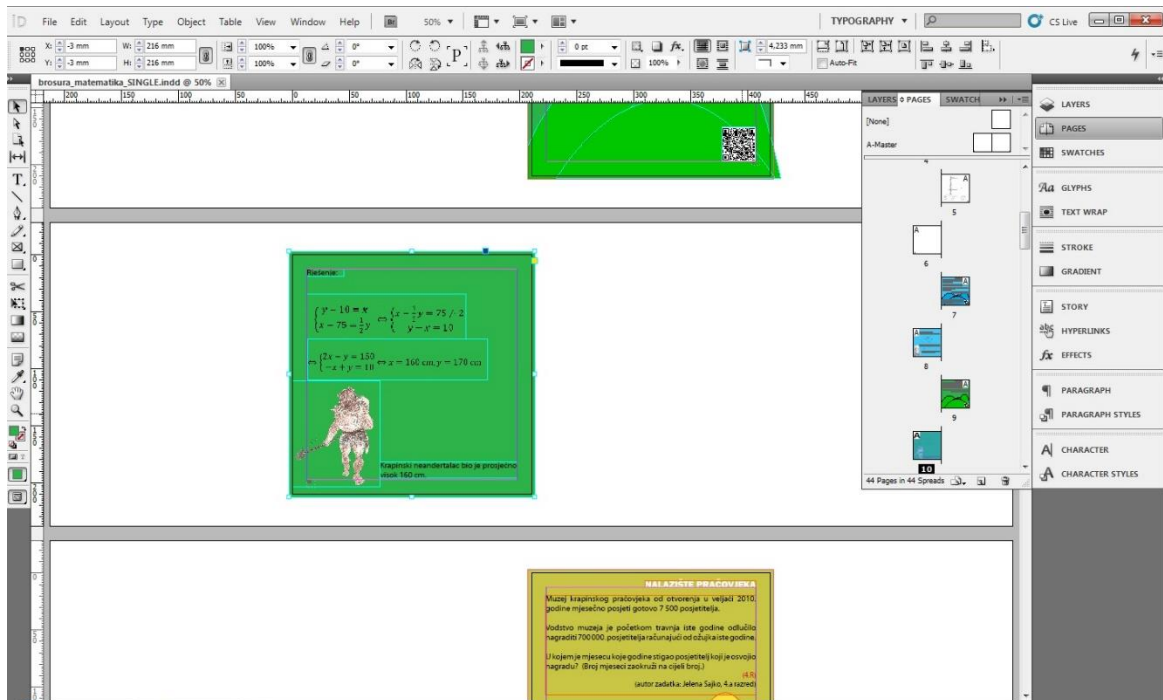
Odlučili smo da će naziv zbirke biti „Matematički vodič po Krapini“, čime smo ime našeg grada povezali s matematičkom konstantom π . Za vrijeme zimskih praznika ilustratori su završili crteže i nacrtali: neandertalce (Slika 5.), Ljudevita Gaja, ćupove vezane uz legendu o Krapini, kip Majke Božje Jeruzalemske, geografsku kartu na kojoj je označena Krapina, rijeku Krapinčicu i Stari grad.



Slika 5. Ilustracija krapinskog pračovjeka

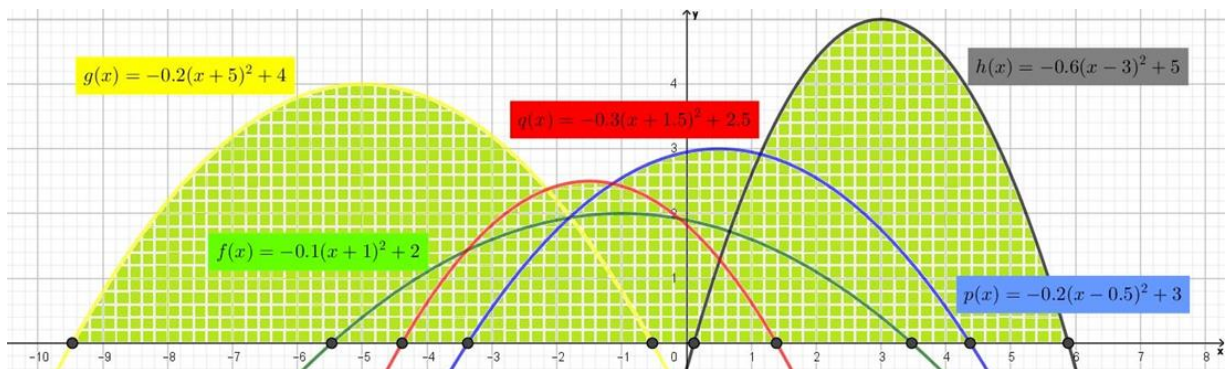
Srednja škola Krapina
Projekt „Matematički vodič po Kra~~VI~~ni“

Preostalo je još samo da spojimo zadatke i skenirane ilustracije u jedinstvenu cjelinu. Dizajn zbirke za tisak izradili smo koristeći program Indesign (Slika 6.). Nakon instaliranja programa na računalo trebalo nam je nekoliko tjedana da upoznamo rad programa kako bi uspješno formirali našu zbirku.



Slika 6. Rad u Indesignu

Puno smo razmišljali kakvu pozadinu staviti u vodič. Jedan od prijedloga bio je staviti gotov logo Krapinsko zagorske županije *Bajka na dlanu*. Međutim, kao prirodno, nametnuli su nam se zagorski bregi kojima smo i okruženi. U GeoGebri smo se poigrali s grafovima kvadratnih funkcija dok nismo dobili izgled koji smo i željeli (Slika 7.).



Slika 7. Grafovi u GeoGebri

Srednja škola Krapina
Projekt „Matematički vodič po KraTini“

Uz pojedine zadatke smo u podnožju napisali zanimljivosti vezane uz sadržaj zadatka kako bi čitatelj bio bolje upućen u to o čemu zadatak govori, te internetsku stranicu sa koje su podaci preuzeti, a ispod svakog zadatka napisana je i razina znanja srednjoškolske matematike koja je potrebna da bi se zadatak riješio (Slika 8.)

NALAZIŠTE PRAČOVJKA

Na ispitu iz povijesti učenik je na pitanje kada je otkriveno nalazište pračovjeka na Hušnjakovom brdu u Krapini odgovorio 869. godine.

Profesorica mu je oduzela bod jer je točan odgovor 1899. g., ali on je uporno tvrdio kako je u pravu.

Uspio je dokazati istinitost svoje tvrdnje te zadiviti profesoricu koja mu je ipak priznala bod.

Kako je to moguće? (4.R)

(autor zadatka: Jelena Sajko, 4.a razred)

Dragutin Gorjanović-Kramberger (Zagreb, 25. listopada 1856. – Zagreb, 22. prosinca 1936.), hrvatski je paleontolog, arheolog i geolog. Potkraj kolovoza 1899. godine on je otkrio u Krapini znanstveno vrlo važno pretpovijesno nalazište ljudskih kostiju, pepela, oruđa, kamenog krša, 1 st. (preuzeto 31. siječnja 2018. s internetske stranice: https://hr.wikipedia.org/wiki/Dragutin_Gorjanović-Kramberger)



Slika 8. Primjer zadatka s QR kodom i dodatnim podacima

Uz pomoć profesora informatike Stjepana Šalkovića uz svaki zadatak izradili smo QR kod koji će se moći očitati na lokaciji o kojem zadatak govori (Slika 8.). Ogledni primjerak zbirke (Slika 9.) isprintali smo u školi, a nakon toga zbirku smo i tiskali. Kako bi zbirka bila dostupna i stranim turistima, zadatke smo preveli na engleski i njemački jezik.



Slika 9. Ogledni primjerak zbirke

3. PREDSTAVLJANJE ZBIRKE

Tiskanu zbirku predstavili smo Turističkoj zajednici grada Krapine kojoj se veoma sviđela. Otišli smo i kod gradonačelnika koji je predložio da je ponudimo Muzeju krapinskih neandertalaca kako bi se zbirka mogla nuditi turistima koji posjećuju muzej. Odlučeno je kako će napraviti više primjeraka i postaviti čitače QR kodova na lokacijama znamenitosti.

4. ZAKLJUČAK

Tiskanjem zbirke ostvarili smo naše ciljeve tj. naša zbirka sa zadacima postala je matematički turistički vodič po gradu Krapini. Budućim posjetiteljima približit ćemo matematiku pomoću povijesti i znamenitosti našeg grada. Sudjelovanjem na projektu razvili smo svoje sposobnosti izrade zadataka u matematici što je puno složeniji proces od samog rješavanja zadataka.



Slika 10. Autori zadataka s mentoricama

5. LITERATURA

https://hr.wikipedia.org/wiki/Dragutin_Gorjanović-Kramberger

https://hr.wikipedia.org/wiki/Muzej_krapinskih_neandertalaca

http://www.tzg-krapina.hr/o_krapini/o_krapini-7-legende

<https://hr.wikipedia.org/wiki/Krapina>

https://hr.wikipedia.org/wiki/Ljudevit_Gaj

<https://hr.wikipedia.org/wiki/Krapina>

https://hr.wikipedia.org/wiki/Crkva_sv._Marije_Jeruzalemske_na_Trškom_vrhu

<http://www.hpd-bilo.hr/strahinjica/>

<https://hr.wikipedia.org/wiki/Krapina>

<http://www.krapina.hr/grad-krapina/osnovni-podaci>

https://zavod.pgz.hr/pdf/9_Srdan_SKUNCA.pdf

[https://www.dzs.hr/hrv/censuses/census2011/results/htm/H01_01_03/h01_01_03_zup02.h
tml](https://www.dzs.hr/hrv/censuses/census2011/results/htm/H01_01_03/h01_01_03_zup02.html)

https://hr.wikipedia.org/wiki/Festival_kajkavskih_popevki_Krapina

Slike: arhiv Srednje škole Krapina